



# آموزش MATLAB با PDE

مؤلف:

مهندس آیت حقی کاکاوند

انتشارات بیشه

|                     |  |
|---------------------|--|
| سرشناسه             | - ۱۳۶۴ : حقی کاکاوند، آیت                            |
| عنوان و نام پدیدآور | : آموزش PDE با MATLAB / مولف آیت حقی کاکاوند.        |
| مشخصات نشر          | : تهران: نشر بیشه: اندیشه فاضل، ۱۳۹۸                 |
| مشخصات ظاهري        | : ۱۵۸ ص: مصور، نمودار.                               |
| شابك                | : ۹۷۸-۶۰۰-۷۵۸۷-۲۴-۹                                  |
| وضعیت فهرست نویسی   | : فیپا   |
| موضوع               | : متلب/MATLAB  |
| موضوع               | : معادله‌های دیفرانسیل جزئی/داده پردازی              |
| موضوع               | : Differential equations, Partial                    |
| موضوع               | : Differential equations, Partial -- Data processing |
| ردہ بندی کنگره      | : QA۳۷Y  |
| ردہ بندی دیوبی      | : ۵۱۵/۳۵۳  |
| شماره کتابشناسی ملی | : ۵۷۸۰۰۸۰  |

مرکز پخش: انتشارات اندیشه فاضل

[www.bisheh-fazel.ir](http://www.bisheh-fazel.ir)

تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، ابتدای خیابان روانمهر، کوچه دولتشاهی

پلاک ۱ واحد ۴ تلفن: ۰۹۱۲۱۹۷۹۹۷۰ - ۶۶۹۵۴۰ ۱۸ - ۶۶۹۶۳۷۹۵

## آموزش MATLAB با PDE

|            |                       |
|------------|-----------------------|
| مؤلف       | مهندس آیت حقی کاکاوند |
| ناشر       | بیشه                  |
| ناشر همکار | اندیشه فاضل           |
| نوبت چاپ   | ۱۴۰۳- دوم             |
| شمارگان    | ۵۰۰- نسخه             |
| قیمت       | ۱۸۰۰۰- تومان          |
| شابك       | ۹۷۸-۶۰۰-۷۵۸۷-۲۴- ۹    |

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

هرگونه کپی برداری و تهیه جزوی از متن کتاب، استفاده از طرح روی جلد و عنوان کتاب جرم است  
و متخلفان طبق قانون حمایت از حقوق مولعان، مصنفات و هنرمندان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند

# فهرست مطالب

|         |  |
|---------|--|
| ۱.....  | فصل اول-معادلات دیفرانسیل پارهای (جزئی)              |
| ۱.....  | ۱ ساختار معادلات دیفرانسیل پارهای                    |
| ۲.....  | ۱-۱ مفهوم حرکت یک معادلات دیفرانسیل پارهای در دو جهت |
| ۲.....  | ۱-۲ معادله ریسمان مرتعش                              |
| ۳.....  | ۱-۳ گسسته سازی کامل                                  |
| ۳.....  | ۱-۳-۱ روش تفاضل متناهی (FDM)                         |
| ۴.....  | ۱-۳-۲ حل عددی مسائل مقدار مرزی                       |
| ۵.....  | ۱-۳-۳ روش تفاضلی مرتبه دوم                           |
| ۷.....  | برنامه متلب روش تفاضل متناهی                         |
| ۱۱..... | ۱-۳-۴ مسئله با دو نقطه شرط اولیه و مرزی              |
| ۱۳..... | برنامه متلب مسئله با دو نقطه شرط اولیه و مرزی        |
| ۱۵..... | فصل دوم-معادلات هذلولوی                              |
| ۱۵..... | ۱-۱ معادله پخش یک بعدی                               |
| ۱۵..... | ۱-۱-۱ مسئله انتقال                                   |
| ۱۶..... | برنامه متلب معادله مشخصه، معادله پخش                 |
| ۱۹..... | ۱-۱-۲ روش تفاضل متناهی برای حل معادله پخش            |
| ۱۹..... | ۱-۱-۳ سازگاری معادله پخش                             |

# حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای با

## MATLAB

|   |                                       |    |
|---|---------------------------------------|----|
| ۴-۱-۲   | پایداری                               | ۲۰ |
| ۵-۱-۲   | همگرایی معادله پخش                    | ۲۲ |
| برنامه متلب همگرایی روش تفاضل متناهی برای حل معادله پخش         | ۲۲                                    |    |
| ۶-۱-۲   | معادله موج دو بعدی                    | ۲۵ |
| ۶-۱-۲-۱   | نمایش هندسی حرکت موج با گره‌های مختلف | ۲۵ |
| برنامه متلب معادله موج دو بعدی                                  | ۲۵                                    |    |
| برنامه متلب حل معادله موج دو بعدی با روش تفاضل متناهی           | ۲۷                                    |    |
| ۷-۱-۲   | روش جست قورباغه‌ای                    | ۳۲ |
| ۷-۱-۲-۱   | پایداری روش جست قورباغه‌ای            | ۳۲ |
| برنامه متلب روش جست قورباغه‌ای برای معادله پخش                  | ۳۲                                    |    |
| ۸-۱-۲   | CFL شرط                               | ۳۵ |
| ۹-۱-۲   | آنالیز وان نیومان                     | ۳۷ |
| ۱۰-۱-۲  | روش لکس-وندروف                        | ۳۷ |
| برنامه متلب روش لکس-وندروف برای معادله پخش همگن با تفاضل متناهی | ۳۹                                    |    |
| ۱۱-۱-۲  | روش کرانک-نیکلسون                     | ۴۱ |
| ۱۱-۱-۲-۱  | مرتبه خطأ و دقت روش کرانک-نیکلسون     | ۴۲ |
| ۱۱-۱-۲-۲  | سلول بندی روش کرانک-نیکلسون           | ۴۲ |
| برنامه متلب روش کرانک-نیکلسون برای معادله پخش با تفاضل متناهی   | ۴۳                                    |    |
| ۱۲-۱-۲  | روش لکس-فریدریش                       | ۴۶ |
| برنامه متلب روش لکس-فریدریش برای معادله پخش همگن                | ۴۶                                    |    |
| ۱۲-۱-۲-۱  | تأثیر ضریب CFL در روش‌های PDE         | ۴۶ |
| ۱۲-۱-۲-۲  | خطا، اتلاف و پریشندگی                 | ۴۸ |
| ۱۲-۱-۲-۳  | خطا                                   | ۴۸ |
| شبه برنامه خطای معادلات پخش                                     | ۴۸                                    |    |
| ۱۲-۱-۳-۱  | اتلاف                                 | ۴۹ |
| ۱۲-۱-۳-۲  | پریشندگی                              | ۵۰ |
| برنامه متلب پریشندگی روش لکس-وندروف (بررسی سرعت فاز)            | ۵۱                                    |    |

# فهرست مطالب

|  |           |
|--|-----------|
| ۱۴-۱-۲ روش ماک کرماک.....  | ۵۲        |
| برنامه متلب روش ماک برای معادله پخش همگن.....                          | ۵۳        |
| ۱۵-۱-۲ معادله برگرز.....   | ۵۵        |
| ۱-۱۵ نمایش هندسی معادله برگرز در راستای معادله مشخصه.....              | ۵۵        |
| ۲-۱۵ نمایش هندسی شک در معادله برگرز و شیوه حل آن.....                  | ۵۵        |
| ۳-۱۵-۱-۲ اثلاف معادله برگرز.....                                       | ۵۷        |
| برنامه متلب معادله برگرز با روش تفاضل متناهی.....                      | ۵۷        |
| ۱۶-۱-۲ روش باد سوی.....  | ۵۹        |
| ۱-۱۶-۱-۲ نمایش هندسی روش باد سوی.....                                  | ۶۰        |
| ۲-۱۶-۱-۲ شرط CFL برای روش باد سوی.....                                 | ۶۰        |
| ۳-۱۶-۱-۲ انتقال روش باد سوی در راستای معادله مشخصه.....                | ۶۰        |
| ۴-۱۶-۱-۱۸ سلول بندي روش بادسوی.....                                    | ۶۱        |
| برنامه متلب روش بادسوی.....  | ۶۱        |
| <b>فصل سوم-معادلات سهموی</b> .....                                     | <b>۶۵</b> |
| ۱-۳ معادله گرما.....   | ۶۵        |
| ۱-۱-۳ حل معادله گرما با تفاضل متناهی (گسسته سازی کامل).....            | ۶۶        |
| ۱-۱-۳ سلول بندي معادله گرما با روش تفاضلي FTCS.....                    | ۶۷        |
| ۲-۱-۱-۳ پایداری با آنالیز وان نیومان روش FTCS برای حل معادله گرما..... | ۶۷        |
| ۳-۱-۱-۳ پایداری با آنالیز وان نیومان روش BTCS برای حل معادله گرما..... | ۶۷        |
| ۴-۱-۱-۳ سلول بندي معادله گرما با روش تفاضلي BTCS.....                  | ۶۸        |
| ۴-۳ همگرایی دستگاه سهموی.....  | ۶۸        |
| برنامه متلب معادله گرما با تفاضل پیشرو.....                            | ۶۸        |
| برنامه متلب حل معادله گرما با گسسته سازی کامل و تاثیر طول گام.....     | ۷۰        |
| ۱-۲-۳ انتشار معادله گرما صریح.....                                     | ۷۲        |
| برنامه متلب انتشار معادله گرما صریح و تاثیر ضریب CFL.....              | ۷۳        |
| ۳-۳ روش ریچاردسون.....   | ۷۷        |
| ۱-۳-۳ مرتبه خطای روش ریچاردسون.....                                    | ۷۸        |

# حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای با

## MATLAB

|   |     |
|---|-----|
| ۴-۳ روش دافورت فرنکل.....   | ۷۸  |
| ۱-۴-۳ مرتبه خطای روش دافورت فرنکل.....  | ۷۹  |
| ۵-۳ روش صریح اشمیت برای حل معادله گرما.....   | ۷۹  |
| ۱-۵-۳ دقت و خطای برشی روش صریح اشمیت.....   | ۸۱  |
| ۲-۵-۳ سلول بندی روش صریح اشمیت.....   | ۸۲  |
| ۳-۵-۳ پایداری روش صریح اشمیت.....   | ۸۲  |
| ۴-۳ روش ضمنی لاسنن برای حل معادله گرما.....   | ۸۳  |
| ۱-۶-۳ دقت خطای روش ضمنی لاسنن.....  | ۸۴  |
| ۲-۶-۳ سلول بندی روش ضمنی لاسنن.....   | ۸۵  |
| ۷-۳ روش کرانک- نیکلسون برای حل معادله گرما.....                                     | ۹۲  |
| ۱-۷-۳ دقت و مرتبه خطای روش کرانک- نیکلسون.....                                      | ۸۶  |
| برنامه متلب روش کرانک- نیکلسون برای حل معادله گرما.....                             | ۸۶  |
| ۸-۳ روش جست قورباغه‌ای برای حل معادله گرما.....                                     | ۹۱  |
| ۹-۳ روش فرت- فرانکل برای حل معادله گرما.....  | ۹۱  |
| ۱۰-۳ روش متلب برای حل معادله گرما.....  | ۹۱  |
| ۱۱-۳ معادله گرما ضمنی.....  | ۹۶  |
| ۱-۱۱-۳ سلول بندی معادله گرما ضمنی با روش تفاضل متناهی FTBS.....                     | ۹۶  |
| برنامه متلب انتشار معادله گرما ضمنی.....  | ۹۶  |
| ۱۲-۳ معادله نفوذ و پخش- جا به جایی.....   | ۱۰۰ |
| ۱-۱۲-۳ حل معادلات نفوذ و جا به جایی با تفاضل متناهی.....                            | ۱۰۱ |
| ۱-۱۲-۳ پایداری با آنالیز وان نیومان روش FTCS برای حل معادلات نفوذ و جا به جایی..... | ۱۰۱ |
| ۱-۱۲-۳ پایداری با آنالیز وان نیومان روش FTBS برای حل معادلات نفوذ و جا به جایی..... | ۱۰۱ |
| ۱-۱۲-۴ اتلاف معادلات نفوذ و جا به جایی.....   | ۱۰۱ |
| <b>فصل چهارم- معادلات بیضوی</b>   | ۱۰۱ |
| ۱-۴ معادله لاپلاس.....  | ۱۰۳ |
| ۱-۴-۱ نمایش هندسی معادله لاپلاس.....  | ۱۰۳ |
| ۱-۴-۲ سلول بندی معادله لاپلاس با روش CTCS   | ۱۰۴ |

# فهرست مطالب

|  |            |
|--|------------|
| برنامه متلب معادله لاپلاس.....                                     | ۱۰۷        |
| ۴-۴ معادله پوآسون.....   | ۱۰۹        |
| ۱-۴ سلول بندی معادله پوآسون با روش CTCS.....                       | ۱۰۹        |
| برنامه متلب معادله پوآسون با روش تفاضلی CTCS.....                  | ۱۱۰        |
| <b>فصل پنجم-روش ADI</b>  | <b>۱۱۵</b> |
| برنامه متلب حل معادله گرما با روش ADI.....                         | ۱۱۵        |
| برنامه متلب معادله گرما دو بعدی با روش ADI.....                    | ۱۱۸        |
| <b>فصل ششم-روش اجزاء محدود یا FEM</b>                              | <b>۱۲۵</b> |
| ۶-۱ روش گالرکین.....   | ۱۲۵        |
| برنامه متلب روش اجزاء محدود.....                                   | ۱۲۷        |
| <b>فصل هفتم-نتایج عددی</b>   | <b>۱۳۳</b> |
| ۱-۱ حل معادلات دیفرانسیل معمولی با روش‌های عددی جبر خطی.....       | ۱۳۳        |
| ۱-۱-۱ استفاده از مقادیر ویژه در حل معادلات دیفرانسیل معمولی.....   | ۱۳۳        |
| ۲-۱ استفاده از روش SOR در حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای.....        | ۱۳۵        |
| برنامه متلب حل معادله پوآسون دو بعدی با روش SOR در جبر خطی.....    | ۱۳۶        |
| برنامه متلب حل معادله لاپلاس تک بعدی با روش SOR در جبر خطی.....    | ۱۳۹        |
| ۳-۱ روش کرانک-نیکلسون برای حل معادله گرما با تجزیه LU.....         | ۱۴۰        |
| برنامه متلب روش کرانک-نیکلسون برای حل معادله گرما با تجزیه LU..... | ۱۴۰        |
| <b>مراجع</b>   | <b>۱۴۵</b> |